

ELEKTROMAGNETISCHE GOLVEN

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN
HET AMBT VAN GEWOON HOOGLERAAR
IN DE THEORETISCHE ELEKTRICITEITSLEER
EN DE TOEGEPASTE WISKUNDE AAN DE
TECHNISCHE HOGESCHOOL TE DELFT
OP WOENSDAG 30 NOVEMBER 1960

DOOR

Dr. Ir. A. T. DE HOOP



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

*Mijne Heren Curatoren,
Mevrouw en Mijne Heren Hoogleraren,
Dames en Heren Lectoren,
Leden van de Wetenschappelijke Staf en Assistenten,
Dames en Heren Studenten,
en voorts Gij allen, die door Uw aanwezigheid Uw
belangstelling toont,*

Zeer geachte Toehoorders,

Het behoeft nauwelijks betoogd te worden: elektromagnetische golven spelen in de hedendaagse samenleving een belangrijke rol. Niet alleen verzorgen zij in de elektrotechniek het transport van energie en informatie, doch ook hebben zij reeds gedurende meer dan een halve eeuw aanleiding gegeven tot vele interessante studies op mathematisch-fysisch gebied. Evenals op vele terreinen van de technische wetenschap kan ook hier de theoretische problematiek niet los gedacht worden van een technische verwezenlijking en hebben wederzijdse invloeden op de ontwikkeling van het geheel stimulerend gewerkt. Als theoreticus, die vele uitingen van technisch vernuft slechts met gepaste bewondering en eerbied kan gadeslaan, beperk ik mij hedenmiddag echter tot het bespreken van enkele problemen uit de mathematische fysica, die in nauw verband staan met de toepassing van elektromagnetische golven in de techniek. Uiteraard zal hierbij naar volledigheid niet gestreefd worden; vele details zullen buiten beschouwing blijven.

Het uitgangspunt voor de studie van elektromagnetische golven zijn de vergelijkingen van Maxwell, die de basis vormen voor de theorie van het elektromagnetische veld. Deze vergelijkingen, een stelsel simultane partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde, treft men reeds in MAXWELL's in 1873 verschenen boek „A Treatise on Electricity and Magnetism” aan. De erin voorkomende onafhankelijk veranderlijken zijn de ruimtecoördinaten en de tijd; zij brengen tot uitdrukking, dat de

elektromagnetische verschijnselen zich afspelen in de vierdimensionale ruimte-tijd uitgebreidheid. De afhankelijk veranderlijken zijn de elektrische veldsterkte en de magnetische veldsterkte; deze zijn een maat voor de krachten die op een – in het algemeen bewegende – puntlading uitgeoefend worden. Dit laatste impliceert, dat de elektrische veldsterkte en de magnetische veldsterkte vectoren zijn, d.w.z. dat zij in elk punt van de ruimte een bepaalde richting en een bepaalde grootte hebben. De coëfficiënten in de vergelijkingen van Maxwell drukken in getalwaarden de elektrische en de magnetische eigenschappen van het onderhavige medium uit. Dit medium kan zowel een brok materie als het vacuum zijn. Dat de vergelijkingen van Maxwell inderdaad oplossingen met een golfkarakter toelaten, blijkt door eliminatie van één der beide veldvectoren. Het resultaat is, dat de overblijvende veldsterkte aan de vectorgolfvergelijking moet voldoen. Deze vergelijking heeft dezelfde structuur als de scalaire golfvergelijking in de akoestiek; de oplossing bestaat uit golven, die zich met een bepaalde snelheid uitbreiden. Deze snelheid blijkt gelijk te zijn aan de voortplantingssnelheid van het licht, hetgeen een belangrijk argument is geweest tot steun van de elektromagnetische lichttheorie.

Evenals overal in de natuurkunde, spelen naast het krachtbegrip ook in de elektrodynamica de begrippen energie en vermogen een belangrijke rol en is het opstellen van een energiebalans, zijnde de mathematische formulering van de wet van het behoud van energie, een zaak van het grootste gewicht. Uitgaande van de arbeid die per tijdseenheid door het veld op een bewegend geladen deeltje wordt verricht, heeft POYNTING in 1874 een dergelijke balans gegeven. Onafhankelijk van hem volgde HEAVISIDE in 1875 met eenzelfde theorema. Uit de energiebalans blijkt, dat de elektromagnetische veldenergie door de gehele ruimte verdeeld is, los van het feit of op een bepaalde plaats al dan niet materie aanwezig is. Ook in het vacuum kan derhalve elektromagnetische veldenergie opgehoopt worden. Verder blijkt er bij de uitwisseling van energie tussen aangrenzende ruimtelijke gebieden een energiestroom op te treden, terwijl de verliezen in de materie een zekere warmteontwikkeling veroorzaken. De energiebalans brengt al deze posten met elkaar in verband en leert, dat de afname per tijdseenheid van de in een zeker gebied aanwezige veldenergie gelijk is aan de in dit gebied per tijdseen-

heid ontwikkelde hoeveelheid warmte, vermeerderd met de door het begrenzende oppervlak naar buiten tredende energiestroom. De dichtheid van de energiestroom is een vector, de zgn. vector van Poynting, die, naar richting en grootte, gegeven wordt door het uitwendig produkt van de elektrische veldsterkte en de magnetische veldsterkte.

Met deze bouwstenen: de veldvergelijkingen en de energiebalans, is de fysische grondslag van de klassieke elektrodynamica voltooid. Indien dan de materiaaleigenschappen bekend zijn, is het bepalen van de veldvectoren herleid tot het oplossen van een wiskundig probleem. In zijn meest algemene vorm behoort het hierbij aan de orde komende vraagstuk tot de klasse van de gemengde begin- en randwaardeproblemen uit de theorie der partiële differentiaalvergelijkingen van het hyperbolische type.

De studie van dit wiskundige probleem is in velerlei opzicht interessant: de toegepast wiskundige staat voor de taak op de vragen van de fysicus en de technicus ofwel een exact, ofwel een benaderd antwoord te geven, de mathematicus pur-sang kan zich uitleven in het onderzoek naar de meest algemene voorwaarden, onder welke de eenduidigheid en de existentie van de oplossing nog gegarandeerd kunnen worden.

De probleemstelling ondergaat nog een wijziging, doordat bij vele elektrotechnische toepassingen de sterkte van de energiebronnen enkelvoudig harmonisch met de tijd verandert; d.w.z. dat de sterkte der bronnen een sinusfunctie van de tijd is met een constante periode. Meestal worden dan overgangsversijnselen buiten beschouwing gelaten en is alleen de stationaire toestand van belang. Alle veldgrootheden zijn nu evenredig met een en dezelfde sinusvormige tijdfactor; zij zijn gekenmerkt door hun amplitude, hun fase en de gebruikte frequentie. Dit alles heeft tot gevolg, dat de hyperbolische differentiaalvergelijkingen overgaan in elliptische en dat er voor het gemengde begin- en randwaardeprobleem een zuiver randwaardeprobleem in de plaats komt. Hierdoor verandert niet alleen de oplossingsmethode, doch ook de eenduidigheids- en existentiebewijzen vereisen een andere techniek. In verband met het eenduidigheidsbewijs zij verder nog vermeld, dat thans bij de energie en het vermogen de over een periode gemiddelde waarden de plaats van de momentele waarden innemen. Voorts kan het begrip golflengte ingevoerd wor-

den, waaronder men het produkt van de voortplantingssnelheid der golven en de periode van de trillingen verstaat.

Na deze inleidende beschouwingen zal in kort bestek een – uiteraard schetsmatig – overzicht gegeven worden van het complex van problemen, waartoe de studie van tijdharmonische elektromagnetische golven leidt. Evenals bij elk fundamenteel onderzoek probeert men niet op alle vragen tegelijk antwoord te krijgen, doch bestudeert men afzonderlijk doelmatig gekozen facetten van het geheel. Enkele eenvoudige gevallen mogen vooraf gaan. Om zich een beeld te vormen van wat een elektromagnetische golf eigenlijk is, beschouwe men het eenvoudigste voorbeeld daarvan, nl. dat van een uniforme vlakke golf in vacuum. Een dergelijke golf loopt met een constante snelheid in een vaste richting en is transversaal, d.w.z. de veldvectoren liggen in een vlak loodrecht op de voortplantingsrichting. Buiten beschouwing is gelaten, hoe zo'n golf wordt opgewekt. Hiervoor zijn antennes nodig, die, bij de eenvoudigste onderstellingen, in de vrije ruimte stralen.

In werkelijkheid is de situatie door de aanwezigheid van materie aanzienlijk gecompliceerder dan in de hiervóór geschetste eenvoudige gevallen. Voor het in rekening brengen van de invloed van de materie is het nuttig onderscheid te maken tussen een continue en een discontinue verdeling daarvan. In het eerste geval, de continue verdeling, veranderen de elektromagnetische eigenschappen van het medium geleidelijk van punt tot punt: het medium is inhomogeen. Dit gebied rekent men tot de *propagatietheorie*. In het tweede geval, de discontinue verdeling, zijn er scherp begrensde obstakels aanwezig, waarvan de elektromagnetische eigenschappen verschillen van die van hun omgeving. In dit geval spreekt men gewoonlijk van *diffractietheorie*. Dat de hier voorgestelde scheiding niet altijd toegepast kan worden, blijkt uit de vraagstukken die met de uitbreiding van radiogolven samenhangen. Hierbij moet men zowel de invloed van de inhomogeniteiten in de atmosfeer als de invloed van de – scherp begrensde – aarde in rekening brengen.

De oplossing van het algemene probleem, waarbij alle parameters willekeurig zijn en de materiaalgrootheden willekeurige functies van de plaatscoördinaten zijn, behoort wiskundig tot de

onmogelijkheden. Dientengevolge oefenen de vragen die de techniek stelt een belangrijke invloed uit op de keuze van de te bestuderen configuraties. Eén van de onderwerpen waarvoor de elektrotechniek gedurende de laatste decennia veel aandacht vraagt is de studie van zgn. geleide golven. Zoals de naam al aanduidt, worden deze golven in hun vrijheid beperkt en wel doorgaans door middel van een materiële configuratie van cilindrische structuur, b.v. telefoonkabels, voedingslijnen voor antennes, golfpijpen, enz. In wiskundig opzicht het eenvoudigst te beschrijven zijn de golven in een cilindrische buis waarvan de wand zeer goed geleidend is, een zgn. golfpijp. In 1897 heeft Lord RAYLEIGH aangetoond, dat het mogelijk is in de langsrichting van zo'n buis energie te transporteren. Hiervoor is nodig, dat de optredende velden in de langsrichting een golfkarakter vertonen, hetgeen het geval is, indien de frequentie hoog genoeg is. Als functie van de plaatscoördinaten in de dwarsdoorsnede zijn de veldgrootheden de oplossing van een eigenwaardeprobleem, dat mathematisch dezelfde vorm heeft als het bepalen van de eigenfrequenties en de eigentrillingen van een membraan. In het elektrotechnische spraakgebruik worden de optredende eigenfrequenties meestal „afsnijfrequenties” genoemd. Deze benaming is ontleend aan de eigenschap, dat slechts dan energietransport door de buis plaats vindt, indien de gebruikte frequentie hoger is dan de bij het type golf behorende eigenfrequentie. Uit algemene schattingen volgt nog, dat de laagst mogelijke afsnijfrequentie correspondeert met een golflengte, die van dezelfde orde van grootte is als de maximale diameter van de dwarsdoorsnede van de buis.

Vermeld zij verder, dat — althans in een holle buis — de golven niet meer transversaal kunnen zijn, zoals in de vrije ruimte het geval was: minstens één der velden, óf het elektrische óf het magnetische, moet een longitudinale component hebben, d.w.z. een component in de voortplantingsrichting. Dit betekent echter niet, dat er geen zuiver transversale geleide golven zouden bestaan. Bewezen kan worden, dat zij slechts dan kunnen voorkomen, als de dwarsdoorsnede meervoudig samenhangend is. Is dit het geval, dan staan er minstens twee geleiders ter beschikking, waardoor heen- en teruggeleiding van de stroom mogelijk wordt. De afsnijfrequentie voor deze golven is gelijk aan nul, zodat zij juist bij lage frequenties gebruikt worden. Voorbeelden

van deze configuratie zijn: telefoonkabels, voedingslijnen voor antennes en het U allen welbekende snoer. Vooral dit laatste voorbeeld demonstreert, hoe ingewikkeld een theoreticus eenvoudige zaken maken kan.

Voor transmissiedoeleinden is het speciale gedrag van de transversaal-elektrische golven in cirkelcilindrische golfpijpen het vermelden waard. Bij het in rekening brengen van de verliezen in de wand van de pijp blijkt, dat voor de axiaal-symmetrische golven van dit type de demping afneemt bij toenemende frequentie. Deze eigenschap, die in 1936 door BARROW en door CARSON, MEAD en SCHELKUNOFF werd ontdekt, maakt de genoemde golven buitengewoon geschikt voor transmissie over zeer grote afstanden. De technische moeilijkheden die met het gebruik van deze golven samenhangen zijn echter vele.

Van de verschillende problemen die zich bij het onderzoek van golfpijpcircuits voordoen noemen wij het bepalen van de invloed van eventueel aanwezige bochten of hoeken en de gevolgen die het aanbrengen van materie in de golfpijp met zich meebrengt. Gedurende de laatste jaren is hierbij vooral aandacht besteed aan het toepassen van anisotrope en wel speciaal gyromagnetische materialen, in het bijzonder voorgemagnetiseerde ferrieten. Met behulp van deze gyromagnetische materialen is het b.v. mogelijk om stukken golfpijp te construeren die slechts in één richting golven doorlaten en golven in de tegenovergestelde richting blokkeren.

Evenals de golfpijpen in het gebied der centimeter- en millimetergolven de plaats van de kabel innemen, worden de laagfrequente elektrische netwerken vervangen door microgolfnetwerken. Deze zijn opgebouwd uit stukken golfpijp, waarin obstakels van allerlei vorm zijn aangebracht, zoals schermen en staafjes. De exacte berekening van de invloed van dergelijke obstakels op de golfvoortplanting gelukt slechts in enkele gevallen; zeer bruikbare benaderingsmethoden hebben echter tot voor de techniek voldoende nauwkeurige resultaten geleid. Vele van de hier bedoelde methoden zijn door SCHWINGER en zijn medewerkers op het Radiation Laboratory van het Massachusetts Institute of Technology gedurende de Tweede Wereldoorlog ontwikkeld.

Vervolgens zijn algemene beschouwingen gewijd aan de eigenschappen van het microgolfnetwerk dat ontstaat, indien ver-

schillende golfpijpen via een verbindingsstuk (een „junction”) met elkaar verbonden zijn. De eigenschappen van een dergelijke configuratie worden gekenmerkt door de zgn. impedantiematrix. Ingeval het verbindingsstuk geometrische symmetrie vertoont, kan op grond van groepentheoretische overwegingen bepaald worden, hoe groot het minimum aantal van elkaar onafhankelijke elementen in de impedantiematrix is. De tijd ontbreekt ons op dit interessante onderwerp verder in te gaan.

Een andere groep van problemen waarvoor ik Uw aandacht zou willen vragen betreft de *propagatie van radiogolven*, een gebied, dat in hoge mate de stimulerende invloed van de zich snel ontwikkelende radiotechniek heeft ondergaan. Het interval van golflengten dat als zodanig thans in gebruik is varieert van enkele kilometers tot enkele millimeters. Het fundamentele vraagstuk is te bepalen, hoe de veldsterkte op de plaats van ontvangst afhangt van de plaats en de sterkte van de zender en van de fysische eigenschappen van de drie media die bij de propagatie betrokken zijn, te weten: de aarde, de troposfeer en de ionosfeer. Achtereenvolgens zullen wij enkele kenmerkende eigenschappen van deze drie media in het kort bespreken; in getalwaarden worden zij weergegeven door de absorptie- en de brekingsindex.

De invloed van de *aarde* wordt in hoofdzaak bepaald door de eigenschappen van de bovenste aardlagen. Dit komt, omdat in het gehele gebruikte frequentiegebied de golven slechts weinig diep in de aarde doordringen. Daar echter de absorptie- en de brekingsindex in sterke mate afhankelijk zijn van de frequentie en van de bodemgesteldheid op het traject van zender naar ontvanger, is het in rekening brengen van de invloed die de aarde op de propagatie van de golven heeft in een praktisch voorkomend geval meestal een gecompliceerde zaak.

De theoretische onderzoeken gaan vanzelfsprekend van sterk vereenvoudigde modellen uit. Zo hebben SOMMERFELD in 1909 en WEYL in 1919 het veld van een verticale dipoolantenne boven een homogene, isotrope, vlakke aarde berekend. Het verschil tussen de beide methoden is in hoofdzaak wel, dat SOMMERFELD het totale veld als een superpositie van cilindrische golven schreef, terwijl WEYL een superpositie van vlakke golven gebruikte. Dat de interpretatie van het aldus verkregen exacte antwoord niet bepaald triviaal is, bewijst de beruchte „oppervlaktegolf”,

waarover de discussie tot in de recente vakliteratuur voortduurt. Bij propagatie over grotere afstanden moet de kromming van het aardoppervlak in rekening worden gebracht. Reeds vroeg leidde dit tot onderzoeken waarbij de aarde door een bol wordt benaderd: in 1910 publiceerde POINCARÉ een verhandeling over het veld van een verticale dipool boven een homogene, isotrope, bolvormige aarde. In 1937 zijn VAN DER POL en BREMMER er in geslaagd, het theoretische antwoord in een praktisch bruikbare vorm te brengen met behulp van een uitbreiding van de bekende transformatie van WATSON.

Vervolgens zullen wij enkele woorden wijden aan de invloed van de *troposfeer*. De brekingsindex hiervan wordt bepaald door de temperatuur, de vochtigheid en de luchtdruk. Hieruit volgt, dat de brekingsindex in de eerste plaats een functie van de hoogte boven het aardoppervlak is en verder in sterke mate afhangt van de weersgesteldheid. Men krijgt dus in elk geval te maken met propagatie in een inhomogeen medium, hetgeen tot uitdrukking komt in het feit, dat de coëfficiënten in de vergelijkingen van Maxwell functies van de plaatscoördinaten worden. Tevens zijn deze coëfficiënten natuurlijk nog afhankelijk van de frequentie. Slechts in zeer bijzondere gevallen zijn van zulke gecompliceerde differentiaalvergelijkingen exacte oplossingen te construeren. Vermeldenswaard is in dit verband een in 1930 verschenen publicatie van EPSTEIN over ééndimensionale golven in een inhomogeen medium. Voor de coëfficiënten kiest hij dusdanige functies van de plaats, dat de golf functies uitgedrukt kunnen worden in hypergeometrische functies. Door de ter beschikking staande parameters geschikt te kiezen, kan men op deze manier bepaalde praktische problemen redelijk goed beschrijven. In die gevallen waar EPSTEIN's coëfficiënten niet voldoende aan de werkelijkheid aangepast kunnen worden moet men met een benaderd antwoord tevreden zijn. Dit kan verkregen worden mits over de afstand van één golflengte de eigenschappen van het medium slechts weinig veranderen: de naar WENTZEL, KRAMERS en BRILLOUIN genoemde W.K.B.-methode, die in de quantummechanica veelvuldig wordt toegepast, leidt dan ook in ons geval tot een asymptotische formule voor het gezochte veld.

Van praktisch belang is het feit, dat onder bepaalde meteorologische condities, nl. bij een sterke temperatuurinversie, de brekingsindex zodanig met de hoogte kan variëren, dat er op een

bepaalde hoogte totale reflectie optreedt. In het aldus gevormde kanaal (een „duct”) tussen dit niveau en het aardoppervlak blijven de elektromagnetische golven min of meer gevangen. Hierdoor wordt propagatie over grotere afstanden dan bij normale weersomstandigheden mogelijk. Het verschijnsel is alleen van belang voor korte golven en uit zich o.a. in een tijdelijke vergroting van het bereik van een radarinstallatie.

Bij de behandeling van *ionosferische* propagatie komen weer andere problemen aan de orde. Onder de ionosfeer verstaat men een gebied in de atmosfeer tussen een hoogte van ongeveer 70 km en een hoogte van ongeveer 500 km boven het aardoppervlak. Hier bevinden zich, over verschillende lagen verdeeld, vrije geladen deeltjes, zoals elektronen, positieve ionen en negatieve ionen. Indien er op dit medium een elektromagnetische golf invalt, werkt er op de geladen deeltjes een kracht die evenredig is met de elektrische veldsterkte van de golf. Onder invloed van deze kracht gaan de deeltjes een beweging uitvoeren waarbij, volgens de bewegingsvergelijking van Newton, de elektrische kracht evenwicht maakt met de traagheidskracht. Daar de massa van de positieve en de negatieve ionen groot is ten opzichte van de massa van een elektron, hoeft men alleen de beweging der elektronen te beschouwen. Brengt men de beweging van de elektronen in de eerste vergelijking van Maxwell als stroom in rekening, dan ontstaat een uitdrukking voor de brekingsindex van de ionosfeer, waarin als variabele grootheden de frequentie en de elektronendichtheid voorkomen. Daar deze laatste grootheid een functie is van de hoogte boven het aardoppervlak, is ook de ionosfeer een inhomogeen medium. Evenals in de troposfeer kan ook hier totale reflectie optreden en wel indien op een bepaalde hoogte de brekingsindex de waarde nul bereikt; de frequentie waarbij dit gebeurt heet de plasmafrequentie. Of er in één van de ionosfeerlagen al dan niet totale reflectie optreedt, hangt af van de gebruikte frequentie en de elektronendichtheid in de betreffende laag. Bij zeer hoge frequenties nadert de brekingsindex tot de waarde één en worden de golven zonder meer doorgelaten. Voor toepassingen in de telecommunicatietechniek is het derhalve van groot belang de elektronendichtheid als functie van de hoogte te weten. Naast de conventionele bepaling door middel van echotijden van omhooggezonden impulsen zijn in de laatste jaren directe metingen verricht met behulp van raketten.

Tot dusver is de invloed die het aardmagnetische veld op de ionosferische propagatie heeft buiten beschouwing gelaten. Brengt men deze invloed in rekening, dan ontstaat een aanzienlijk gecompliceerder vraagstuk. Het aardmagnetische veld oefent namelijk eveneens een kracht op de elektronen uit, die van dezelfde orde van grootte kan zijn als de reeds eerder genoemde elektrische kracht ten gevolge van een invallende golf. De som van de magnetische en de elektrische kracht leidt, via de bewegingsvergelijking van Newton en de eerste wet van Maxwell, tot een brekingsindex die niet meer uit een enkel getal bestaat, doch een tensor is: de ionosfeer is, onder invloed van het aardmagnetische veld, een anisotroop of dubbelbrekend medium geworden. In de formule voor de brekingsindex, waaraan de namen van APPLETON en HARTREE verbonden zijn, komen nu twee kritieke frequenties voor, nl. de reeds eerder genoemde plasmafrequentie en de zgn. cyclotronfrequentie (de cyclotronfrequentie is de reciproke waarde van de periode waarmee in een uniform magnetisch veld een geladen deeltje een cirkelbaan doorloopt). Om de voor deze formule benodigde gegevens te verkrijgen moet men behalve de elektronendichtheid in de ionosfeerlagen ook grootte en richting van het aardmagnetische veld weten.

Van recente datum is tenslotte de theoretische behandeling van de verstrooiing door inhomogeniteiten in de troposfeer en de ionosfeer, de door BOOKER en GORDON geïntroduceerde „scatter propagation”. Men denkt hierbij aan gebieden, waarin door een of andere oorzaak de brekingsindex afwijkt van die van de omgeving. Treft een invallende primaire golf deze gebieden, dan fungeren zij als bron van secundaire golven. Nu is in het golflengtegebied waar dit mechanisme werkzaam is de reikwijdte van de primaire golf beperkt tot de optische horizon. Aan de hand van eenvoudige geometrische overwegingen is in te zien, dat bij verstrooiing op grote hoogte de reikwijdte van de secundaire golven aanzienlijk groter kan zijn dan die van de primaire. Onderzoekingen omtrent de toepasbaarheid van dit effect als communicatiemiddel zijn in volle gang.

Via deze „scatter propagation” zijn wij in feite terecht gekomen bij de *diffractietheorie*. Het zal U niet verwonderen, dat ook hier de theoreticus zich tot sterk vereenvoudigde modellen beperkt. De configuratie die men beschouwt kan in het algemeen

als volgt omschreven worden. In een oneindig uitgebreid, homogeen en isotroop medium bevindt zich een scherp begrensde obstakel van eindige afmetingen. Op dit obstakel, waarvan de elektromagnetische eigenschappen verschillen van die van de omgeving, valt een primaire golf in. Men kan het obstakel beschouwen als bron van secundaire golven, die tezamen met de primaire golf het totale veld vormen. Daar het primaire veld van te voren gegeven wordt, bestaat het wiskundige vraagstuk dus uit het bepalen van het secundaire veld, hetgeen vanzelfsprekend tot een randwaardeprobleem leidt. De eenduidigheid van de oplossing vraagt echter nog om aanvullende eisen. In de eerste plaats moet geformuleerd worden, dat de secundaire golven van het obstakel af stralen. De wiskundige formulering van deze voorwaarde staat in de literatuur bekend als de uitstralingsvoorwaarde van SOMMERFELD. Een verdere moeilijkheid doet zich voor bij obstakels die uit oneindig dunne schermen bestaan; in dit geval moet nog een uitspraak gedaan worden omtrent het gedrag van de veldcomponenten in de buurt van de scherpe rand. De bedoelde voorwaarde heet de „Kantenbedingung” en is in 1949 door MEIXNER gegeven; op de noodzaak van een dergelijke eis heeft BOUWKAMP reeds in 1946 gewezen.

De theoretische studie van het aldus gestelde probleem ver- toont verschillende aspecten. Als eerste zou ik willen noemen het opsporen van *algemene eigenschappen* die de oplossing van het diffractievraagstuk bezit, los van een specifieke configuratie. Als voorbeeld moge dienen een der oudste betrekkingen op dit gebied, nl. het principe van Babinet ofwel het principe van de complementaire schermen. Dit beginsel stamt uit de optische diffractietheorie en handelt daar over de diffractie aan zwarte schermen die elkaars complement zijn, d.w.z. elkaar aanvullen tot een volledig scherm, dat de gehele ruimte in twee gescheiden gebieden verdeelt. De bewering luidt dan, dat de kennis van het totale veld bij diffractie aan een zeker scherm meteen de kennis van het totale veld bij diffractie aan het complementaire scherm inhoudt. In de elektromagnetische diffractietheorie is onder zulke algemene omstandigheden geen uitspraak te doen. Hier moet men zich beperken tot schermen, die vlak, oneindig dun en vol- maakt geleidend zijn. Onder complementaire schermen verstaat men dan schermen die elkaar aanvullen tot het volledige platte vlak, waarvan elk der schermen deel uitmaakt. De velden be-

horende bij diffractie aan complementaire schermen staan dan ook hier in onmiddellijk verband met elkaar. Het bewijs van het beginsel kan op verschillende manieren geleverd worden. In het bijzonder vermelden wij de door MEIXNER gevolgde methode; deze is gebaseerd op bepaalde symmetrieën die het elektromagnetische veld ten opzichte van een plat vlak in de ruimte kan vertonen. De overwegingen die hier een rol spelen zijn van dezelfde aard als die bij de behandeling van symmetrische verbindingstukken van golfpijpen.

Andere voorbeelden van algemene relaties zijn het reciprociteitstheorema en een bekend theorema over de uitdovingsdoorsnede van een obstakel.

Een tweede aspect van de diffractietheorie is het oplossen van *speciale problemen*. Hiervoor bestaan uiteraard verschillende wiskundige methoden. Eén der meest gebruikte is de zgn. techniek van het scheiden der variabelen, waarmee het oplossen van het randwaardeprobleem neerkomt op het vinden van oplossingen van gewone differentiaalvergelijkingen. Welke diffractie-vraagstukken met deze methode behandeld kunnen worden, hangt ten nauwste samen met het onderzoek van speciale functies, zoals Besselfuncties, Legendrefuncties, sferoïdfuncties, enz. Slechts obstakels van eenvoudige vorm komen hier in aanmerking: de bol, de omwentelingsellipsoïde, de omwentelingsparaboloïde, de cirkelcilinder, de elliptische cilinder, de parabolische cilinder, en hun ontaarding: het cirkelvormige schijfje, het halfvlak en de strip. Het is ondoenlijk hier ook maar een summier overzicht te geven van de indrukwekkende hoeveelheid werk die op dit gebied gedaan is.

Behalve de techniek van het scheiden der variabelen staan er nog andere hulpmiddelen ter beschikking. Het beroemdste in dit opzicht zijn de door SOMMERFELD geconstrueerde meerwaardige oplossingen van de golfvergelijking, met behulp waarvan de diffractie aan een wig te behandelen is. Langs deze weg gelukte het SOMMERFELD in 1896 het vraagstuk van de diffractie van een vlakke golf aan een volkomen reflecterend halfvlak exact op te lossen. Recente onderzoeken van TIMMAN en KLEINMAN gaan in de richting van een generalisatie van SOMMERFELD's methode; hiermee zou o.a. de diffractie aan een strip in gesloten vorm te behandelen zijn.

Weer een andere methode werkt met behulp van integraal-

transformaties, zoals Fourier-, Laplace- en Mellintransformaties. Het meest spectaculaire voorbeeld in deze categorie is de zgn. Wiener-Hopftechniek, een door WIENER en E. HOPF in 1931 gepubliceerde methode voor het oplossen van bepaalde typen van singuliere integraalvergelijkingen. Tijdens en na de Tweede Wereldoorlog heeft deze techniek in de handen van onderzoekers als SCHWINGER, LEVINE, HEINS, FOCK en VAINSHTAIN geleid tot resultaten, die tot de fraaiste in de mathematische fysica behoren.

Vanuit praktisch standpunt bezien wordt de bruikbaarheid van de gevonden oplossingen in de eerste plaats bepaald door hun geschiktheid om numerieke antwoorden te leveren. Doch dit is niet het enige nut. Een ander facet, dat minstens even belangrijk is, vormt het bestuderen van het veld in bepaalde kritieke gebieden, b.v. het gedrag in de buurt van een scherpe rand van een scherm of het gedrag in de omgeving van het overgangsgebied van „licht” naar „schaduw” op een obstakel met continu gekromd oppervlak. Het is gebleken, dat juist deze gegevens een belangrijke schakel vormen bij het verkrijgen van benaderde oplossingen in die gevallen, waar een exact antwoord tot de onmogelijkheden behoort.

Dit voert ons tot het derde aspect van de diffractietheorie, nl. het opstellen van rekenvoorschriften, waarmee *benaderde oplossingen* verkregen kunnen worden. In hoofdzaak onderscheidt men twee categorieën, nl. laagfrequente en hoogfrequente benaderingen of, anders gezegd, benaderingen voor lange resp. korte golven. In de laagfrequente benadering worden de afmetingen van het obstakel klein ten opzichte van de golflengte ondersteld. Dientengevolge zijn faseverschillen tussen punten van het obstakel vooreerst te verwaarlozen. Zoals Lord RAYLEIGH heeft laten zien, gaat het vraagstuk dan over in een „statisch” probleem, hetgeen wil zeggen dat de vergelijking van Laplace de vergelijking van Helmholtz vervangt. Langs deze weg kan o.a. aangetoond worden, dat de gemiddelde waarde van het door een klein obstakel verstrooide vermogen evenredig is met de vierde macht van de frequentie, ofwel omgekeerd evenredig met de vierde macht van de golflengte. Deze beroemde wet van RAYLEIGH is door zijn ontdekker gebruikt om het blauw van de hemel te verklaren.

De benaderingsmethoden voor hoge frequenties, waar dus de afmetingen van het obstakel groot zijn ten opzichte van de golf-

lengte, zijn min of meer ontleend aan de in de optica toegepaste werkwijze. Voor diffractie van lichtgolven door openingen in zwarte schermen leidt de bekende theorie van KIRCHHOFF tot voldoende nauwkeurige resultaten. Het lag dus voor de hand te trachten een analoge theorie voor de diffractie van elektromagnetische golven te ontwikkelen. De grondslag hiervoor legde KOTTLER in 1923. Sindsdien hebben vele onderzoekers met behulp van KOTTLER's uitbreiding van de theorie van KIRCHHOFF talloze diffractievraagstukken behandeld. Over de nauwkeurigheid van de resultaten zijn de meningen verdeeld. De verwachting, dat men langs deze weg tot een asymptotische diffractietheorie zou kunnen komen, is ijdel gebleken.

Een recente poging om een echte asymptotische diffractietheorie voor hoge frequenties op te zetten is afkomstig van J. B. KELLER. Via een aantal hypothesen ad hoc omtrent de uitbreiding van korte golven, gecombineerd met de kennis van het gedrag van enkele exact bekende oplossingen, verkrijgt hij in een aantal gevallen voor het veld bepaalde uitdrukkingen, die bij oneindig hoge frequentie overgaan in de geometrisch-optische benadering. Hoewel zijn hypothesen niet „afgeleid” kunnen worden uit de exacte theorie, geeft een vergelijking met de schaarse antwoorden waarvan de asymptotische ontwikkeling wel bekend is het vertrouwen, dat de theorie van KELLER betrouwbaar is.

Tot slot noemen wij nog de onderzoeken van FOCK. Deze hebben betrekking op het gedrag van de velden in de buurt van het overgangsgebied van „licht” naar „schaduw” op een oppervlak, waarvan de kromtestraal groot is ten opzichte van de golflengte. De scherpe inval van de primaire golf maakt het mogelijk in de golfvergelijking locale benaderingen in te voeren, die tot een eenvoudiger type van differentiaalvergelijking leiden. Ook de ontwikkeling van deze theorie is nog in volle gang.

Zeer geachte Toehoorders,

Het ligt voor de hand, dat een docent die aan een Technische Hogeschool onderwijs moet geven in wiskundig georiënteerde vakken met de vraag geconfronteerd wordt, of een theoretische basis voor de vorming van de ingenieur wenselijk of eventueel noodzakelijk is. De verscheidenheid van antwoorden, bevestigen-

de zowel als ontkennende, die men op deze vraag kan krijgen, vindt haar oorzaak in het feit, dat het begrip „ingenieur” zo veel omvat. De ene ingenieur verricht in hoofdzaak commercieel of organisatorisch werk, de andere is bij theoretisch speurwerk betrokken. De eerste heeft in zijn vak meestal nauwelijks of niet met wiskundige hulpmiddelen te maken, de laatste kan er niet buiten. En toch hebben beiden hun vorming aan de Technische Hogeschool ontvangen.

Het spreekt vanzelf, dat men in de eerste plaats naar een grootste gemene deler zoekt: een minimum programma op theoretisch gebied, dat voor elke student verplicht is. De hiermee gepaard gaande denkscholing – de term is door TIMMAN in het Gedenkboek der T.H. gebruikt – is ook voor hen die de wiskunde later niet meer gebruiken van blijvende waarde. Het oog moet echter ook gericht zijn op de theoretisch georiënteerde student, die meer dan dit minimum vraagt. Het voor deze groep bestemde voortgezette programma van mathematische en fysische vakken mag zeker aan een Technische Hogeschool niet star en conservatief zijn. Immers de techniek vraagt steeds nieuwe disciplines, ook op mathematisch en fysisch gebied.

Wil de Technische Hogeschool haar taak ook in dit opzicht vervullen, dan zal zij een programma van theoretische vakken moeten kunnen bieden, dat, wat samenstelling betreft, gelijke tred houdt met de ontwikkeling van de techniek.

Dames en Heren,

Bij de officiële aanvaarding van mijn ambt moge ik Hare Majesteit de Koningin eerbiedig dank zeggen voor Haar besluit mij te benoemen tot gewoon hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Delft.

Mijne Heren Curatoren dezer Technische Hogeschool,

In vele hoedanigheden heb ik mijn krachten reeds aan het Delftse technisch-wetenschappelijke onderwijs mogen wijden, van student-assistent tot lector toe. Dat Gij mij hebt willen voordragen voor de benoeming tot gewoon hoogleraar beschouw ik als een blijk van waardering en vertrouwen. Ook in mijn nieuwe functie hoop ik Uw vertrouwen waardig te zijn.

Mevrouw en Mijne Heren Hoogleraren,

Mijn werkzaamheden in de Afdeling der Elektrotechniek brachten mede, dat ik reeds vóór mijn benoeming tot hoogleraar bijzonder prettige contacten met een aantal Uwer had. Thans Uw collega genoemd te mogen worden is voor mij een grote eer.

Mijne Heren Leden van de Afdeling der Elektrotechniek,

Voor U ben ik geen vreemde; als lector mocht ik al enkele jaren een taak in Uw afdeling vervullen. Gij kunt er op vertrouwen, dat ik ook in de toekomst naar mijn beste inzichten zal medewerken aan de theoretische vorming van onze elektrotechnische ingenieurs in het besef, dat voor de ingenieur de theorie meestal pas interessant wordt, zodra er iets mee kan worden gedaan.

Mijne Heren Leden van de Afdeling der Algemene Wetenschappen, in het bijzonder Gij, Leden van de Onderafdeling der Wiskunde,

Ik prijs mij gelukkig naast mijn taak in de Afdeling der Elektrotechniek er ook een te vervullen in Uw afdeling. Bij de bestudering van vele mathematisch-fysische problemen is mij het grote belang van een hechte basis van zuivere wiskunde duidelijk geworden. Ik doe een beroep op Uw medewerking en bereidwilligheid mijn tekorten op dit gebied aan te vullen. Tevens spreek ik de hoop uit van nut te kunnen zijn bij de opleiding tot wiskundig ingenieur, een opleiding, die mijn volle belangstelling heeft.

Hooggeleerde Schouten,

Het is onmogelijk in enkele zinnen uiteen te zetten wat ik gedurende de laatste tien jaar van U heb geleerd. Onze talrijke gedachtenwisselingen hebben mijn wetenschappelijk inzicht verdiept. Onder Uw stimulerende leiding kan een medewerker zich ontwikkelen tot zelfstandig beoefenaar der wetenschap; Uw kritische geest en Uw veelzijdige belangstelling zijn hierbij van onschatbare betekenis. Ik beschouw het als een groot voorrecht, dat ik thans als Uw naaste collega onderwijs mag geven in de theoretische elektriciteitsleer.

Hooggeleerde Timman,

Van de periode van nauwe samenwerking, die wij tegemoet gaan, koester ik hoge verwachtingen. Van U kan men leren, hoe een mathematisch probleem in enkele minuten tijds van alle franje ontdaan en tot het wezenlijke teruggebracht kan worden. Veel van wat ik in gesprekken met U hiervan geleerd heb, hoop ik op mijn colleges in praktijk te kunnen brengen.

Hooggeleerde Bouwkamp,

Onze eerste bespreking in Eindhoven dateert van ongeveer acht jaar geleden. De aanleiding ertoe was een drukfout in één van Uw publikaties; alleen de ingewijden kunnen weten wat dit betekent.

Het fascinerende gebied der diffractietheorie heb ik uit Uw werk leren kennen. Mede hierdoor voel ik mij ook enigszins Uw leerling. Ik hoop in de toekomst nog veel van Uw kritiek te profiteren.

Dames en Heren Leden van de Wetenschappelijke Staf, Instructeurs en andere Medewerkers van het Laboratorium voor Elektrotechniek, de Afdeling der Algemene Wetenschappen en het Instituut voor Toegepaste Wiskunde,

Reeds menigmaal heb ik een beroep op Uw bereidwilligheid, kennis en bekwaamheid gedaan. De ervaring heeft geleerd, dat een dergelijk beroep nimmer vergeefs is geweest. Ook in de toekomst zou ik gaarne op Uw medewerking willen rekenen.

Dames en Heren Studenten,

Het is mijn taak een aantal vakken te doceren, die onder de begrippen „theoretische elektriciteitsleer” en „toegepaste wiskunde” vallen. In deze vakken speelt de wiskunde een belangrijke rol, echter steeds in nauwe samenhang met fysische en technische problemen. Ik zal trachten op mijn colleges steeds weer op deze samenhang te wijzen.

Uw taak is het echter het gebodene kritisch te verwerken, ten-einde op deze wijze wetenschappelijk inzicht te verwerven. Hieraan te mogen medewerken beschouw ik als een belangrijk deel van mijn ambt.

Ik heb gezegd.